

إعداد: عبد المطلب

الاحتمالات [I]

Probabilités

بوزريعة: رجب 1443هـ

تمرين 1

- يحتوي صندوق على 9 كرات مرقمة من 1 إلى 9. نسحب عشوائيا من هذا الصندوق 3 كرات في آن واحد.
- ما هو احتمال الحصول على:
- 1- ثلاث كرات أرقامها زوجية؟
 - 2- ثلاث كرات إحداها على الأقل تحمل رقما فرديا؟
 - 3- كرتين فقط تحملان رقمين أوليين؟
 - 4- ثلاث كرات جداء أرقامها يكون عددا زوجيا؟
 - 5- ثلاث كرات مجموع أرقامها يساوي 9؟

$\frac{1}{28}$	$\frac{37}{42}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{20}{21}$	$\frac{1}{21}$
----------------	-----------------	----------------	-----------------	----------------

تمرين 2 بكالوريا بتصرف

- يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس، منها 3 حمراء، 3 خضراء و 4 بيضاء.
- 1- نسحب من هذا الكيس، ثلاث كرات، في آن واحد، ما احتمال الحصول على: (أ) نفس اللون.
 - (ب) الألوان الثلاثة. (ج) كرة بيضاء واحدة على الأقل.
 - 2- نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب لثلاث كرات عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
 - (أ) ما هو قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ؟
 - (ب) احسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X .
 - 3- نسحب من هذا الكيس ثلاث كرات على التوالي دون إرجاع. ما احتمال سحب: • كرتين حمراوين؟ • الكرة الأولى حمراء؟

$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{0}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$
----------------	----------------	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	---------------	----------------	----------------

تمرين 3

- يحتوي كيس على 4 كريات بيضاء، 3 سوداء وكرتين خضراوين. نسجل على كل كرة بيضاء الرقم 1-، وعلى كل كرة سوداء الرقم 2 وعلى كل كرة خضراء الرقم 3.
- نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من هذا الكيس.
- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب، مجموع الرقمين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.
- 1- عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .
 - 2- احسب الأمل الرياضي $E(X)$ والتباين $V(X)$.
 - 3- نسحب من هذا الكيس 4 كريات على التوالي بدون إرجاع. ما احتمال سحب واحدة سوداء، واحدة خضراء واثنتين بيضاوين؟

$\frac{2}{7}$	$\frac{847}{162}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{-2}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{36}$
---------------	-------------------	----------------	----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	----------------

تمرين 4

- يحتوي صندوق على 11 كرة. 5 سوداء، 4 بيضاء و 2 حمراء. نسحب عشوائيا في آن واحد 4 كرات.
- 1- احسب احتمال سحب: • أربع كرات من اللون نفسه.
 - كرتين فقط من اللون نفسه، وكرتين من لونين مختلفين.
 - أربع كرات من لونين مختلفين.
 - كرة واحدة حمراء وعلى الأقل واحدة بيضاء.
 - 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضي للمتغير X .

$\frac{37}{15}$	$\frac{1}{55}$	$\frac{82}{165}$	$\frac{16}{33}$	$\frac{74}{165}$	$\frac{82}{165}$	$\frac{16}{33}$	$\frac{1}{55}$
-----------------	----------------	------------------	-----------------	------------------	------------------	-----------------	----------------

تمرين 5

- يحتوي كيس على 8 كريات. ثلاث كريات تحمل الرقم 1 وثلاث كريات تحمل الرقم 2 واثنتان تحملان الرقم 3.
- نسحب عشوائيا في آن واحد من هذا الكيس 3 كريات.
- 1- احسب احتمال سحب ثلاث كريات: • تحمل أرقاما مختلفة مثلى مثلى.
 - 2- نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب مجموع أرقام الكريات المسحوبة. عين قانون الاحتمال واحسب $E(X)$.
 - 3- نسحب من هذا الكيس 4 كريات على التوالي بدون إرجاع. ما احتمال سحب: • كرة واحدة فقط تحمل الرقم 1؟ • كرتين فقط تحملان الرقم 1؟ • الكرة الأولى والثانية تحملان الرقم 1؟

$\frac{3}{28}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{3}{7}$	$\frac{45}{8}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{9}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{19}{56}$	$\frac{9}{56}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{9}{28}$	$\frac{1}{28}$
----------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

تمرين 6

- نعتبر نردين مكعبين أوجه النرد الأول مرقمة كما يلي: 2، 2، 3، 3، 4، 4 وأوجه النرد الثاني مرقمة كما يلي: 1، 2، 2، 3، 3، 3. نفرض أن كل الأوجه في كل من المكعبين لها نفس احتمال الظهور. نرمي النردين في آن واحد.
- 1- ما احتمال أن يكون الرقمان المسجلان على الوجهين العلويين: (أ) زوجيين؟ (ب) أحدهما زوجي والآخر فردي؟
 - 2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي جداء رقمي الوجهين العلويين. عين قانون الاحتمال ثم احسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X واحسب $P(X > 6)$.

$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$
---------------	---------------	----------------	----------------	---------------	----------------	---------------	---------------	---------------	---------------	---------------

تمرين 7

نعتبر نردين غير مزيفين، لونا هما مختلفان وأوجه كل منهما مرقمة من 1 إلى 6، نرمي هذين النردين في آن واحد ونسجل الرقمين اللذين يظهران على الوجهين العلويين.

نسمي S مجموع الرقمين المحصل عليهما:

$2 \leq S \leq 3$ نسجل 10 نقاط ، $3 < S \leq 5$ نسجل 6 نقاط ، $5 < S < 10$ نسجل 3 نقاط ، $10 \leq S \leq 12$ نسجل نقطتين. المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد النقط المسجلة.

1- عين على شكل جدول قانون الاحتمال لـ X .

2- احسب $E(X)$ ، $V(X)$ و $\sigma(X)$.

3- احسب احتمال الحادثة: $X^2 - 6X \leq 0$.

	2	3	6	10
$\frac{11}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{7}{36}$	$\frac{1}{12}$

تمرين 8

يحتوي صندوق على أربع كريات بيضاء و n كرية سوداء ($n \geq 3$). نعتبر أن جميع السحبات متساوية الاحتمال.

1- نسحب كرتين في آن واحد وبلا اختيار.

نعتبر أن سحب كرية بيضاء يعطي ربح 3 نقاط وسحب كرية سوداء يعطي ربح نقطتين. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع ربحي الكرتين المسحوبتين.

عين قانون الاحتمال لـ X ، واحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

2- نسحب الآن ثلاث كريات على التوالي بحيث تعاد الكرية المسحوبة عند كل سحب. احسب احتمال الحوادث التالية:

(أ) سحب ثلاث كريات كلها من اللون نفسه. (ب) سحب كرية

واحدة فقط بيضاء. (ج) سحب ثلاث كريات من اللونين.

$$E(X) = 4(n+6)/(n+4)$$

	4	5	6
$\frac{12n}{(n+4)^2}$ ، $\frac{12n^2}{(n+4)^3}$ ، $\frac{n^2-4n+16}{(n+4)^2}$	$\frac{n(n-1)}{n^2+7n+12}$	$\frac{8n}{n^2+7n+12}$	$\frac{12}{n^2+7n+12}$

تمرين 9

رقمت أوجه نرد مزيف من 1 إلى 6.

عند رمي هذا النرد نفترض أن احتمال ظهور وجه يحمل رقما زوجيا هو ضعف احتمال ظهور وجه يحمل رقما فرديا.

1- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما فرديا.

2- احسب احتمال ظهور الوجه الذي يحمل رقما زوجيا.

3- عندما يرمي شخص هذا النرد، يربح 10 نقاط إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 6، ويربح 5 نقاط إذا ظهر الوجه الذي يحمل رقم 3، أما إذا ظهر وجه آخر غير هذين الوجهين فإنه يخسر 5 نقاط. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمي عدد النقط المحصل عليها. عين قانون الاحتمال ثم احسب $E(X)$.

	10	5	-5
$-\frac{5}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{3}$

تمرين 10

I- يجتاز تلميذ مسابقة عبارة عن 16 سؤالاً مختلفاً، يسحب فيها التلميذ عشوائياً وفي آن واحد سؤالين.

1- هذا التلميذ درس 10 أسئلة فقط. ما هو الاحتمال لكي يسحب التلميذ على الأقل سؤالاً واحداً درسه؟

2- نفرض الآن أن هذا التلميذ درس n سؤالاً من بين 16 سؤالاً ($n \leq 16$). احسب الاحتمال P_n لكي يسحب هذا التلميذ من بين السؤالين سؤالاً واحداً درسه على الأقل، ثم عين قيم الأعداد الطبيعية n بحيث: $P_n \geq 0,975$.

II- يجتاز الآن التلميذ مسابقة أخرى عبارة عن 6 أسئلة مختلفة لكل سؤال 3 إجابات مختلفة بحيث واحدة فقط صحيحة. يتحصل التلميذ على 3 نقاط على كل إجابة صحيحة ويخسر نقطة واحدة على كل إجابة خاطئة. ليكن X المتغير العشوائي المعرف بمجموع النقط المحصلة. عين قانون الاحتمال لـ X .

-6	-2	2	6	10	14	18
$\frac{64}{729}$	$\frac{192}{729}$	$\frac{240}{729}$	$\frac{160}{729}$	$\frac{60}{729}$	$\frac{12}{729}$	$\frac{1}{729}$

$$13 \leq n \leq 16, \frac{n(-n+31)}{240}, \frac{7}{8}$$

تمرين 11

رياضي يرمي بسهم ليصيب هدفاً عبارة عن قرص مركزه O ونصف قطره r . نشكل على هذا القرص ثلاث دوائر مركزها O ، أنصاف أقطارها على الترتيب $\frac{r}{3}$ ، $\frac{2r}{3}$ ، r تحدّد ثلاث

مناطق ملونة على الترتيب من المركز بالأسود، الأبيض، الرمادي. نفرض أن السهم يصيب

الهدف عند كل رمية وأن احتمال

إصابة كل منطقة يتناسب طرذاً مع

مساحتها. (نذكر أن مساحة قرص

نصف قطره r هي πr^2).

عند إصابة المنطقة السوداء نسجل 30 نقطة.

عند إصابة المنطقة البيضاء نسجل 20 نقطة.

عند إصابة المنطقة الرمادية نسجل 10 نقاط.

1- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد النقاط المسجلة. عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

2- يستد الآن الرامي سهمين متتاليين على الهدف في نفس الشروط السابقة. ما احتمال أن يسجل هذا الرامي 40 نقطة؟

$\frac{19}{81}$	$P(X=30) = \frac{1}{9}$	$P(X=20) = \frac{1}{3}$	$P(X=10) = \frac{5}{9}$
-----------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------